

四川省高中 2015 届“名校联盟”测试 数学（文史类）

本试题卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）。第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 2 至 4 页，共 4 页。满分 150 分。考试时间 120 分钟。考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效。考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回。

第 I 卷（选择题 共 50 分）

注意事项：

1. 必须使用 2B 铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑。2. 本卷共 10 小题。

一、选择题：本大题有 10 个小题，每小题 5 分，共 50 分，在每题给出的四个选项中只有一个符合题目要求的。

1. 设集合 $M = \{a+1\}$, $N = \{x \in R | x^2 \leq 4\}$. 若 $M \cup N = N$, 则实数 a 的取值范围为

- A. $[-1, 3]$ B. $[-3, 1]$ C. $[-3, 3]$ D. $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

2. " $x > 1$ " 是 " $x > \frac{1}{x}$ " 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 若 $f(x) = \begin{cases} \lg x & x > 0 \\ f(x+1)+1 & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f(-2) =$

- A. -2 B. 1 C. 2 D. 3

4. 执行如图所示的程序框图, 当输入 $n = 30$ 时, 则输出的结果是

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

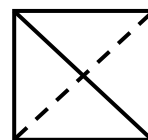
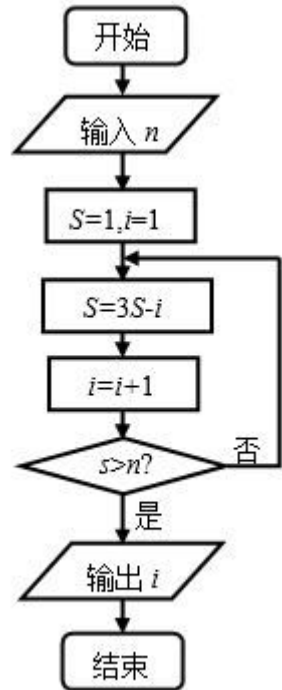
5. 已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的离心率为 e , 若 $p = e$, 则抛物线

$E: x^2 = 2py$ 的焦点 F 到双曲线 C 的渐近线的距离为

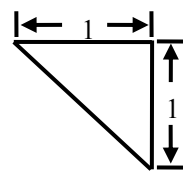
- A. $\sqrt{3}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

6. 一个四面体的三视图如图所示, 则该四面体的四个面中最大的面积是

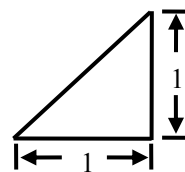
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{1}{2}$



正视图



侧(左)视图



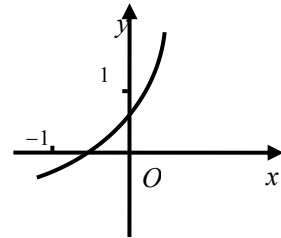
俯视图

7. 数列 $\{x_n\}$ 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 满足 $(1+x_n)(1-x_{n+1})=2$, 且 $x_1=2$, 则 x_{2015} 的值为

- A. -3 B. -2 C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

8. 已知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x) = \log_2(a^x - b + 1)$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图像如图所示, 则 a, b 满足的关系是

- A. $0 < a^{-1} < b^{-1} < 1$ B. $0 < b^{-1} < a < 1$
 C. $0 < b < a^{-1} < 1$ D. $0 < a^{-1} < b < 1$



9. 若函数 $f(x) = -\sin^2 \omega x - 6 \sin \omega x \cos \omega x + 3 \cos^2 \omega x$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 2π , 若对任意 $x \in \mathbb{R}$ 都有 $f(x) - 1 \leq |f(\alpha) - 1|$, 则 $\tan \alpha$ 的值为

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $-\frac{2}{3}$

10. 已知实数 a, b, c, d 满足 $b = a - 2e^a, d = 2 - c$, 其中 e 是自然对数的底数,

则 $\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ 的最小值为

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 8

第 II 卷（非选择题 共 100 分）

注意事项：

1. 必须使用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答。作图可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚。答在试题卷、草稿纸上无效。

2. 第 II 卷共 11 小题。

二. 填空题：每小题 5 分，共 25 分。

11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 (a, b) , 若“ $\exists x_0 \in (a, b), f(x_0) + f(-x_0) \neq 0$ ”是假命题, 则

$f(a+b) =$ _____.

12. 已知二元一次不等式组 $\begin{cases} 4x+3y \geq 12 \\ x \leq 3 \\ y \leq 4 \end{cases}$ 表示的平面区域为 D . 若圆 $O: x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$

上存在点 $(x_0, y_0) \in D$, 则 r 的取值范围为_____.

13. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = (2, 1), \overrightarrow{CA} = (3, -4)$, 则 $\triangle ABC$ 的面积 $S =$ _____.

14. 甲、乙两个公司均可独立完成某项工程. 若这项工程先由甲公司施工 81 天, 则余下部分再

由乙公司施工 144 天可完成, 已知甲公司施工每天所需费用为 6 万元, 乙公司施工每天所需费用为 3 万元, 现按合同规定, 甲公司完成这项工程总量的 $\frac{2}{3}$, 乙公司完成这项工程总量的 $\frac{1}{3}$, 那么完成这项工程所需总费用的最小值为_____万元.

15. 直线 $l: y = m$ (m 为实常数) 与曲线 $E: y = |\ln x|$ 的两个交点 A, B 的横坐标分别为 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 曲线 E 在点 A, B 处的切线 PA, PB 与 y 轴分别交于点 M, N . 有下面 4 个结论:
 ① $|\overline{MN}| = 2$; ② 三角形 PAB 可能为等腰三角形; ③ 若直线 l 与 y 轴的交点为 Q , 则 $|\overline{PQ}| = 1$; ④ 是函数 $g(x) = x^2 + \ln x$ 的零点时, $|\overline{AO}|$ (O 为坐标原点) 取得最小值. 其中正确结论有_____。(写出所有正确结论的序号)

三、解答题: 本大题有 6 个小题, 共 75 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角, 且 $C = 2B$,

(I) 求证: $\sin A = 3\sin B - 4\sin^3 B$;

(II) 求 $\frac{AB+BC}{AC}$ 的取值范围.

17. 空气质量按照空气质量指数大小分为六级, 相对应空气质量的六个类别 (见下表), 指数越大, 级别越高说明污染情况越严重, 对人体的危害也越大.

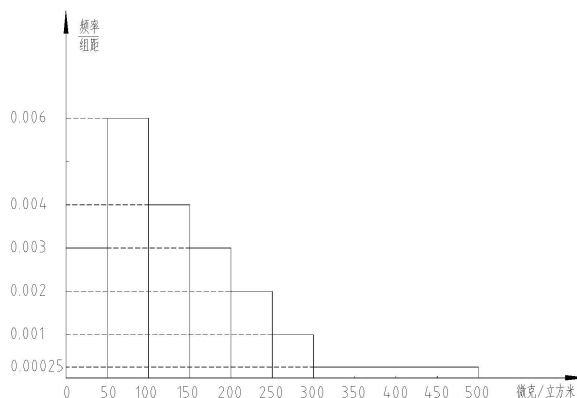
指数 \ 级别	一	二	三	四	五	六
当日 PM2.5 数 (微克/立方米) 范围	(0, 50]	(50, 100]	(100, 150]	(150, 200]	(200, 300]	(300, 500]
空气质量	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染

为了调查某城市空气质量状况, 对近 300 天空气中 PM2.5 浓度进行统计, 得出这 300 天中 PM2.5 浓度的频率分布直方图.

将 PM2.5 浓度落入各组的频率视为概率, 并假设每天的 PM2.5 浓度相互独立.

(I) 当空气质量指数为一级或二级时, 人们可正常进行户外运动, 根据样本数据频率分布直方图, 估算该市居民每天可正常进行户外运动的概率.

(II) 当空气质量为“重度污染”和“严重污染”时, 出现雾霾天气的概率为 $\frac{5}{8}$. 求在未来 2 天里, 该市恰好有 1 天出现雾霾天气的概率.

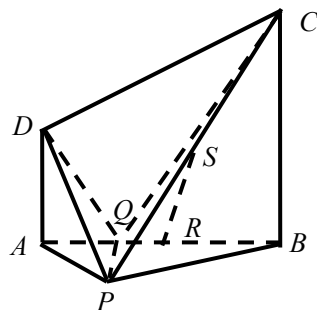


18. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是直角梯形, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, R 、 S 分别是棱 AB 、 PC 的中点, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, $PA \perp PB$, $AB = BC = 2AD = 2PA = 2$,

(I) 求证: ①平面 $PAD \perp$ 平面 PBC ; ② $RS \parallel$ 平面 PAD

(II) 若点 Q 在线段 AB 上, 且 $CD \perp$ 平面 PDQ ,

求三棱锥 $Q-PCD$ 的体积.



19. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差 d 不为零的等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列, 函数 $f(x) = b_1x^2 + b_2x + b_3$ 的图象在 y 轴上的截距为 -4 , 其最大值为 $a_6 - \frac{7}{2}$.

(I) 求 a_6 的值;

(II) 若 $f(a_2 + a_8) = f(a_3 + a_{11})$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(III) 若 $a_2 = -\frac{7}{2}$, 设 T_n 为数列 $\left\{ \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和, 若 $T_n = -\frac{4}{9}$, 求正整数 n 的值.

20. 已知圆锥曲线 $E: \sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = c^2 + 1 (c > 0, c \neq 1)$ 的离心率为 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 过原点 O 的直线与曲线 E 交于 P 、 A 两点, 其中 P 在第一象限, B 是曲线 E 上不同于 P 、 A 的点, 直线 PB 、 AB 的斜率分别为 k_1 、 k_2 , 且 $k_1 k_2 \neq 0$.

(I) 求圆锥曲线 E 的标准方程;

(II) 求 $k_1 \cdot k_2$ 的值;

(III) 已知 F 为圆锥曲线 E 的右焦点, 若 $PA \perp PB$, 且存在 $\lambda \in R$ 使 $\overrightarrow{AF} = \lambda \overrightarrow{BF}$, 求直线 AB 的方程.

21. 已知函数 $f(x) = \ln x - ax^2$,

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 当 $a = \frac{1}{8}$ 时, 证明: 存在 $x_0 \in [2, +\infty)$, 使 $f(x_0) = f\left(\frac{3}{2}\right)$.

(III) 若存在属于区间 $[1, 3]$ 的 α, β , 且 $\beta - \alpha = 1$, 使 $f(\alpha) = f(\beta)$. 求实数 a 的取值范围.