秘密★启用前

四川省高中2015届“名校联盟”测试

数学（理工类）

本试题卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷2至4页，共4页。满分150分。考试时间120分钟。考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效。考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷（选择题　共50分）

注意事项：

1．必须使用2B铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑。2．本卷共10小题。

一、选择题：本大题有10个小题，每小题5分，共50分，在每题给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的。

1. 设集合$M=\{a,a+1\}$, $N=\{x\in R\,|\,x^2\le 4\}$.若$M\cup N=N$,则实数$a$的取值范围为

A. $[-1,2]$　　B. $[-2,1]$　　C. $[-2,2]$　　D. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

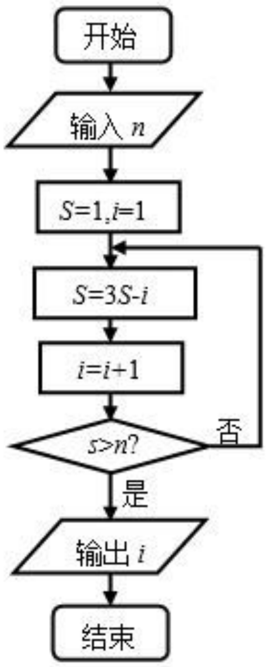
2.“$a=-1$”是“$(a-i)^2$”为纯虚数的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3.执行如图所示的程序框图,当输入$n=30$时,则输出的结果是

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7



4.已知双曲线$C:x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$的离心率为e,若$p=e$,则抛物线$E:x^2=2py$的焦点F到双曲线C的渐近线的距离为

A. $\sqrt{3}$　　B. 1　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

5.将5件不同奖品全部奖给3个学生,每人至少一件奖品,则不同的获奖情况种数是

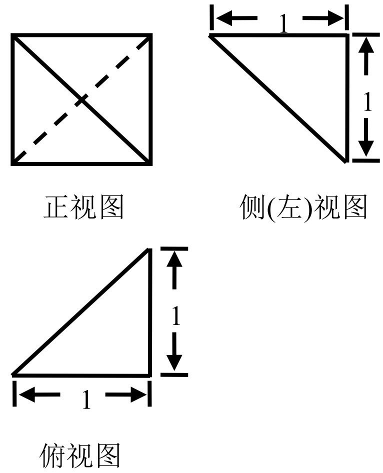
A. 150　　B. 210

C. 240　　D. 300

6.一个四面体的三视图如图所示,则该四面体的四个面中最大的面积是

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\dfrac{1}{2}$



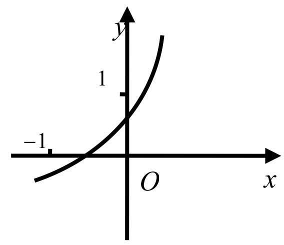
7.数列$\{x_n\}$对任意$n\in N^*$满足$(1+x_n)(1-x_{n+1})=2,$则$x_{2013}\cdot x_{2015}$的值为

A. 2　　　B. 1　　　C. 0　　　D. -1

8.已知定义在R上的函数$f(x)=\log_2(a^x-b+1)\left(a>0,a\neq 1\right)$的图像如图所示,则$a,b$满足的关系是

A. $0<a^{-1}<b^{-1}<1$　　　B. $0<b^{-1}<a<1$

C. $0<b<a^{-1}<1$　　　D. $0<a^{-1}<b<1$



9.若函数$f(x)=-\sin^2\omega x-6\sin\omega x\cos\omega x+3\cos^2\omega x(\omega>0)$的最小正周期为$2\pi$，若对任意$x\in R$都有$f(x)-1\leq\left|f(\alpha)-1\right|$，则$\tan\alpha$的值为

A. $\dfrac{3}{2}$　　　B. $\dfrac{2}{3}$　　　C. $-\dfrac{3}{2}$　　　D. $-\dfrac{2}{3}$

10. 已知实数a,b,c,d满足$\dfrac{a-2e^a}{b}=\dfrac{2-c}{d}=1,$其中$e$是自然对数的底数,则$(a-c)^2+(b-d)^2$的最小值为

A. 4　　　B. 8　　　C. 12　　　D. 18

第Ⅱ卷（非选择题　共100分）

注意事项：

1. 必须使用0.5毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答。作图可先用铅笔绘出，确认后再用0.5毫米黑色签字笔描清楚。答在试题卷、草稿纸上无效。

2. 第Ⅱ卷共11小题。

二．填空题：每小题5分，共25分。

11.二项式$(x-\dfrac{2}{\sqrt{x}})^6$的展开式中各项系数和与常数项分别为$M,N,$则$\dfrac{N}{M}=$__________.

12.已知二元一次不等式组$\begin{cases}4x+3y\geq 12\\ x\leq 3\\ y\leq 4\end{cases}$表示的平面区域为$D$.若圆$O:x^2+y^2=r^2(r>0)$上存在点$(x_0,y_0)\in D,$则$r$的取值范围为__________.

13.已知ΔABC中,$\overrightarrow{AB}=(2,1),\overrightarrow{CA}=(3,-4),$则$\Delta ABC$的面积$S=$ ________________.

14.甲、乙两个公司均可独立完成某项工程.若这项工程先由甲公司施工81天,则余下部分再由乙公司施工144天可完成,已知甲公司施工每天所需费用为6万元,乙公司施工每天所需费用为

3 万元,现按合同规定,甲公司完成这项工程总量的$\dfrac{2}{3}$,乙公司完成这项工程总量的$\dfrac{1}{3}$,那么完成这项工程所需总费用的最小值为__________万元.

15.直线$l: y=m$(m为实常数)与曲线$E: y=|\ln x|$的两个交点A、B的横坐标分别为x_1、x_2,且$x_1<x_2$,曲线E在点A、B处的切线PA、PB与y轴分别交于点M、N.有下面 5 个结论:①$|\overrightarrow{MN}|=2$;②三角形PAB可能为等腰三角形;③若直线l与y轴的交点为Q,则$|\overrightarrow{PQ}|=1$;④若点P到直线l的距离为d,则d的取值范围为$(0,1)$;⑤当x_1是函数$g(x)=x^2+\ln x$的零点时,$|\overrightarrow{AO}|$(O为坐标原点)取得最小值.

其中正确结论有__________.(写出所有正确结论的序号)

三、解答题:本大题有 6 个小题,共 75 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16. A,B,C是ΔABC的三个内角,且$C=2B$,

(Ⅰ)求证:$\sin A=3\sin B-4\sin^3 B$;

(Ⅱ)若ΔABC是锐角三角形,求$\dfrac{AB+BC}{AC}$的取值范围.

17. 空气质量按照空气质量指数大小分为六级,相对应空气质量的六个类别(见下表),指数越大,级别越高说明污染情况越严重,对人体的危害也越大.

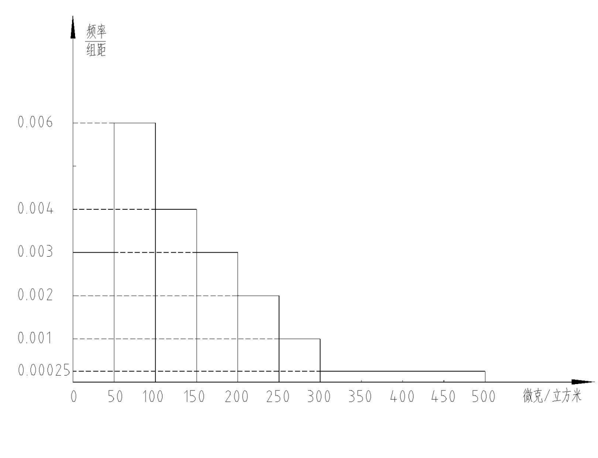
级别 / 指数	一	二	三	四	五	六
当日PM2.5数(微克/立方米)范围	(0,50]	(50,100]	(100,150]	(150,200]	(200,300]	(300,500]
空气质量	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染

为了调查某城市空气质量状况,对近 300 天空气中 PM2.5 浓度进行统计,得出这 300 天中 PM2.5 浓度的频率分布直方图.

将 PM2.5 浓度落入各组的频率视为概率,并假设每天的 PM2.5 浓度相互独立.

(Ⅰ)当空气质量指数为一级或二级时,人们可正常进行户外运动,根据样本数据频率分布直方图,估算该市居民每天可正常进行户外运动的概率.

(Ⅱ)当空气质量为“重度污染”和“严重污染”时,出现雾霾天气的概率为$\dfrac{5}{8}$.用ξ表示在未来 3 天里该市出现雾霾天气的天数,求随机变量ξ的分布列、期望$E\xi$和方差$D\xi$.



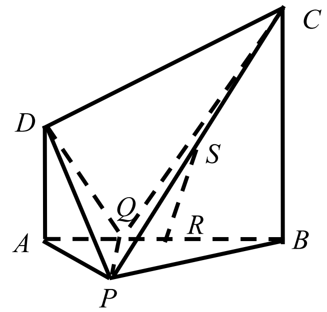
18.已知在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是直角梯形, 平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$, R、S 分别是棱 AB、PC 的中点, $AD//BC, AD\perp AB, PD\perp CD, PD\perp PB, AB=BC=2AD=2,$

（Ⅰ）求证：①平面 $PAD\perp$ 平面 PBC;

②$RS//$平面 PAD

（Ⅱ）若点 Q 在线段 AB 上,且 $CD\perp$ 平面 PDQ,

求二面角 $C-PQ-D$ 的余弦值.



19. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列,函数 $f(x)=b_1x^2+b_2x+b_3$ 的图象在 y 轴上的截距为 -4,其最大值为 $a_6-\dfrac{7}{2}$.

（Ⅰ）求 a_6 的值;

（Ⅱ）若 $d\neq 0$ 且 $f(a_2+a_8)=f(a_3+a_{11})$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式 b_n;

（Ⅲ）设 $T_n=\dfrac{1}{a_6a_7}+\dfrac{1}{a_7a_8}+\cdots+\dfrac{1}{a_na_{n+1}}\ (n\geq 6)$,若 T_n 的最小值为 2,求 d 的值.

20. 已知圆锥曲线 $E:\sqrt{(x-c)^2+y^2}+\sqrt{(x+c)^2+y^2}=4c\left(c\text{为正常数}\right)$,过原点 O 的直线与曲线 E 交于 P 、A 两点,其中 P 在第一象限, B 是曲线 E 上不同于 P,A 的点,直线 PB,AB 的斜率分别为 k_1 、 k_2, 且 $k_1k_2\neq 0$.

（Ⅰ）若 P 点坐标为 $(1,\dfrac{3}{2})$, 求圆锥曲线 E 的标准方程;

（Ⅱ）求 $k_1\cdot k_2$ 的值;

（Ⅲ）若 $PD\perp x$ 轴于点 D, D 点坐标为 $(m,0)$, 存在 $\mu\in R$ 使 $\overrightarrow{AD}=\mu\overrightarrow{BD}$, 且直线 AB 与直线 $l:x=\dfrac{4c^2}{m}$ 交于点 M, 记直线 PA 、 PM 的斜率分别为 k_3 、 k_4, 问是否存在常数 λ, 使 $k_1+k_3=\lambda k_4$, 若存在, 求出 λ 的值，若不存在，说明理由.

21. 已知函数 $f(x)=\ln x-ax^2$,

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间;

（Ⅱ）已知存在正数 α、β 满足 $\alpha\neq\beta, f(\alpha)=f(\beta)$.

①若 α、β 都属于区间 $[1,3]$, 且 $\beta-\alpha=1$, 求实数 a 的取值范围.

②求证: $\alpha+\beta>\sqrt{\dfrac{2}{a}}$.